

Leçon 221 : Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

1 Définitions et théorèmes (Gourdon, Berthelin) 2 Résolution explicite (Gourdon, Berthelin)

1.1 Définitions premières

- Définition équation diff linéaire + écriture matricielle
- On peut toujours se ramener au cas $p = 1$ + notations

1.2 Théorème/Structure des solutions

- Théorème de Cauchy linéaire + ré-écriture à l'ordre quelconque
- Structure de l'ensemble des solutions homogènes
- L'ensemble des solutions est un espace affine
- Exemple de $y' - y - 3 = 0$
- Contre exemple de l'unicité avec une non linéaire

1.3 Wronskien

- Définition + expression dans le cas à p solutions
- Invariance du rang d'une famille de solution par rapport à t
- CNS sur le wronskien pour avoir une base de solution

1.4 Théorème de stabilité

- Dév 1 : Liapounov

2.1 Cas coefficients constants

- Forme des solutions
- Intérêt de réduire les matrices pour l'étude de ces systèmes
- Définition du polynôme caractéristique P
- Lemme des noyaux
- Forme des solutions en fonction de la factorisation de P
- Cas particulier de la dimension 2

2.2 Recherche de solutions particulières

- Explication de la variation de la constante avec l'exemple $y' = a(t)y$
- Généralisation en dimension plus grande
- Formule de Duhamel

2.3 Exemple d'utilisation d'une solution explicite

- Définition des systèmes pour le développement
- Dév 2 : Différentielle de l'exponentielle matricielle

3 Étude qualitative en dimension 2 (Gourdon, Berthelin, Demailly)

- Sturm
- Exemples : $y'' + y = 0$ et $y'' + ty = 0$
- Annexe portrait de phase